

# Divisibilidad por siete y por trece: regla única

LEOVIGILDO CARREÑO HERNÁNDEZ

## 1.—INTRODUCCION

La regla clásica de divisibilidad por *siete* exige hacer grupos de tres cifras empezando a contar por las unidades; luego hay que sumar en cada grupo las unidades más el triple de las decenas y el doble de las centenas. Esto resulta penoso y además difícil de retener con fidelidad en la memoria; por lo mismo, en los textos elementales se prescinde de tal regla y se tantea la división directa por la cifra 7.

La regla de divisibilidad por *trece* es todavía más complicada, y mejor es ignorarla. Ahora se trata de dar una regla fácil de memorizar y muy rápida, que tiene además la ventaja de ser la misma para los dos números siete y trece.

## 2.—DESCOMPOSICIÓN POLINÓMICA

En primer lugar observamos que el mínimo común múltiplo de los número 7 y 13 es 91. Los números menores que 91, a simple vista se reconoce si son múltiplos de siete, o de trece, o de ambos. El número *cero* es múltiplo de cualquier número.

Para simplificar tomamos un número de cinco cifras, aunque el razonamiento es completamente general, y lo ponemos en forma polinómica:

## DIVISIBILIDAD POR SIETE Y POR TRECE: REGLA ÚNICA

$$N = 10^4a + 10^3b + 10^2c + 10d + e = abcde$$

$$N = 10(10^3a + 10^2b + 10c + d) + e = 10(abcd) + e$$

Para hacer intervenir los números 7 y 13 se puede poner la cifra de las unidades (e) del siguiente modo:

$$e = 91e - 90e$$

Ahora se reagrupan los sumandos, y resulta:

$$N = 10(abcd - 9e) + 91e$$

El sumando (91e) es siempre múltiplo de 7 y de 13. Si el paréntesis (abcd - 9e) es múltiplo de 7 lo será también N. O también si tal paréntesis resultara múltiplo de 13, también N sería múltiplo de 13.

Este proceso de eliminar las unidades y restarle al número que queda nueve veces el valor de esas unidades, se puede aplicar de modo *reiterativo* al propio número resultante en los sucesivos paréntesis. De este modo se obtienen rápidamente números pequeños que a simple vista se pueden reconocer como múltiplos de 7, ó de 13 ó de ambos.

### 3.—REGLA DE DIVISIBILIDAD POR 7 (O POR 13)

- Se prescinde de las cifras de las unidades (e).
- Al número que queda se le resta el producto (9e).
- Se repite tal proceso hasta alcanzar un número reconocible como múltiplo de 7 (o de 13), en cuyo caso también lo será el número dado N.

### 4.—EJEMPLOS DE APLICACIÓN

N = 4464537 Resulta:

$$\begin{array}{r}
 4464537 \\
 \underline{-63} \\
 446390 \\
 \underline{-81} \\
 4382 \\
 \underline{-18}
 \end{array}$$

$$420 = 7 \times 60 = 7 \quad \text{Luego } N = 7$$

$N = 279552$  Operación:

$$\begin{array}{r} 279552 \\ -18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 27937 \\ -63 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 2730 \\ -27 \\ \hline \end{array}$$

$0 = \text{múltiplo de } 7 \text{ y de } 13$

$$N = 279552 = 7 \times 13 \times 3072$$

$N = 400192$  Operaciones:

$$\begin{array}{r} 400192 \\ -18 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 40001 \\ -9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3991 \\ -9 \\ \hline \end{array}$$

$390 = \text{Múltiplo de } 13, \text{ luego } N = 13$

$N = 3693$  Operaciones:

$$\begin{array}{r} 3693 \\ -27 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 342 \\ -18 \\ \hline \end{array}$$

$16 = \text{no es múltiplo de } 7 \text{ ni de } 13$

Por tanto, 3693 no es múltiplo de 7 ni de 13.

## 5.—OBSERVACIONES

- El proceso iterativo se presta a la creación de un sencillo *programa* que realice el ordenador. Se adjunta uno que da por impresora la descomposición de factores 7 ó 13 ó ambos, cuando corresponda.
- Para la divisibilidad por *diecisiete* se sigue un proceso análogo, pero multiplicando las unidades por cinco; la igualdad fundamental en este caso es:

$$N = abcde = 10 (abcde - 5e + 51e$$

En ella el último sumando (51e) siempre es múltiplo de diecisiete.

```

10 REM Divisibilidad por 7 y por 13.-Leovigildo Carreño Her-
   nández.
20 'Teoría.-N=abcde=abcd0+e=10*abcd-90*e+91*e=10*(abcd-
   9*e)+7*13*e
30 'Luego 7 (ó 13) divide a N, si divide al Paréntesis. Proceso
   iterativo.
40 'REGLA.-Se prescinde de las unidades (e) y al número que queda
   se le resta.
50 '(9*e) hasta que se obtenga un múltiplo reconocible, si existe.
60 INPUT "NUMERO (Final N=1):"; N:LPRINT: LPRINT"N:";
   N:A=N: IF N=1 THEN END:'N >=91
70 D=INT(A/10): U=A-10*D:A =D-9*U:IF A>=91 THEN GO-
   TO 70
80 IF A=0 THEN LPRINT"FACTORES 7 Y 13:";N;"="; 7; "*"
   13; "*" ; N/91: GOTO 60
90 FOR C=1 TO 12:B=7*C: IF A=B THEN LPRINT"FACTOR
   7:";N;"=";7;"*" ; N/7:GOTO 110
100 NEXT C:LPRINT"NO DIVISIBLE POR 7"
110 FOR C=1 TO 6:B=13*C:IF A=B THEN LPRINT"FACTOR
   13:";N;"=";13;"*" ; N/13:GOTO 60
120 NEXT C:LPRINT"NO DIVISIBLE POR 13":GOTO 60

```

N: 4464537  
 FACTOR 7: 4464537 = 7 \* 637791  
 NO DIVISIBLE POR 13

N: 73794  
 FACTOR 7: 73794 = 7 \* 10542  
 NO DIVISIBLE POR 13

N: 279552  
 FACTORES 7 y 13: 279552 = 7 \* 13 \* 3072

N: 241332  
 FACTORES 7 Y 13: 241332 = 7 \* 13 \* 2652

N: 400192  
 NO DIVISIBLE POR 7  
 FACTOR 13: 400192 = 13 \* 30784

N: 3691

NO DIVISIBLE POR 7

NO DIVISIBLE POR 13

N: 123456

NO DIVISIBLE POR 7

NO DIVISIBLE POR 13

### RESUMEN

En este artículo se presenta una regla de divisibilidad válida para los números siete y trece. Una regla tan interesante tiene carácter recurrente y es fácil de memorizar. Se utiliza de un modo original el polinomio aritmético, al incluir un sumando que es múltiplo de los números siete y trece. La realización de este método recurrente en un ordenador se consigue con un programa simple.

### SUMMARY

A valid rule of divisibility of the numbers seven and thirteen is shown in this article. Such an interesting rule is recurrent and easy to remember. The arithmetical polynomial is used in an original way, including an addend which is a multiple of the numbers seven and thirteen. This recurrent method can be performed on a personal computer by means of a simple programme.

### RÉSUMÉ

Une règle de divisibilité valable pour les numéros 7 et 13 est présentée dans cet article. Une règle aussi intéressante a un caractère itératif et elle est facile à apprendre par cœur. Le polynome arithmetique est employé avec originalité en incorporant une quantité qui est multiple des numéros sept et treize. La réalisation de cette méthode itérative par ordinateur est obtenue avec un programme simple.