

# **El trabajo didáctico con las situaciones reales de suma y resta. Lo que oculta una cuenta**

---

Jaime Martínez Montero

*Universidad de Cádiz. Facultad de Ciencias de la Educación. Campus Universitario de Puerto Real. Polígono Río San Pedro, 11510 Puerto Real. Cádiz. Tfno. (956) 016200. Fax (956) 016253.*

*(Recibido Septiembre 1999; aceptado Diciembre 1999).*

*Biblid (0214-137X (1999) 16; 57-65)*

## **Resumen**

Son muy amplias las evidencias sobre las dificultades que encierra el aprendizaje de los algoritmos de la suma y de la resta y de los problemas en los que entra alguna de estas operaciones. Una de las razones de estas dificultades es que el algoritmo clásico subsume en su forma muy diversos tipos de manipulación. En el presente artículo se ponen de manifiesto las 20 situaciones distintas que son modelizadas por la suma y por la resta. Su conocimiento facilita una vía para superar algunas dificultades clásicas.

**Palabras clave:** Algoritmos. Problemas aritméticos elementales verbales. Adición. Sustracción. Dificultades en operaciones básicas.

## **Abstract**

The presence of difficulties in the learning of the addition and subtraction algorithms, together with problems introduced by some of these mathematical operations can be clearly established. One of the reasons for these difficulties is that the classical algorithm involves a very wide variety of manipulation methods. The present article evidences the twenty different situations that can be used as patterns for addition and subtraction operations. Knowing these patterns offers a way to overcome certain classical difficulties.

**Key words:** Algorithms. Verbal elementary arithmetical problems. Addition. Subtraction. Difficulties involved in basic operations.

**Résumé:**

Les évidences sur les difficultés que renferme l'apprentissage des algorithmes de l'addition et de la soustraction et des problèmes dans lesquels il faut résoudre une de ces opérations, sont très nombreuses. Une des raisons de ces difficultés c'est que l'algorithme classique englobe dans sa forme de très diverses sortes de manipulations. Dans l'article ici présent, les vingt différentes situations qui sont modélisées par l'addition et la soustraction sont mises en évidence. En prendre connaissance facilite la résolution de quelques difficultés classiques.

**Mots clés:** Algorithmes, problèmes arithmétiques élémentaux verbaux, addition, soustraction, difficultés dans les opérations basiques.

**Sumario**

1.- Introducción. 2.- La suma. 3.- La resta.

## 1. Introducción

Los algoritmos clásicos de sumar y restar se suelen practicar sin referentes, utilizando números que no tienen significado, la mayoría de las veces, para el alumno. Con ello tal vez se consiga rutinizar el procedimiento y conseguir cierta rapidez y exactitud en la resolución de las cuentas (siempre ridículas en relación con las que se alcanzan con las calculadoras), pero se pierde en sentido, transparencia y coherencia interna y externa.

Los algoritmos aditivos (adición y sustracción) suelen presentarse de una única manera, siguiendo un único procedimiento. Parece, de esa forma, que sólo pueden dar respuesta a dos soluciones únicas: una para la suma y otra para la resta. Sin embargo, son muchas las situaciones distintas que pueden ser modeladas y resueltas por estos algoritmos y, lo que es más importante, cada una de esas situaciones da lugar a un proceso manipulativo de resolución distinto. Uno de los valores matemáticos de estos algoritmos consiste precisamente en subsumir bajo una única fórmula variados y diversos modos de manipulación. El ir al algoritmo clásico desde el proceso de enseñanza-aprendizaje de los diversos y particulares procesos de manipulación es una buena forma de introducir a los alumnos en el sentido de abstracción, síntesis y economía que tanta importancia tienen en la formación intelectual de los alumnos y que es una de las metas de la educación matemática.

En este trabajo queremos poner de manifiesto las diversas situaciones reales susceptibles de ser resueltas por la suma y la resta y las diversas manipulaciones a que obligan para su resolución y comprensión. Entendemos que trabajar estas situaciones en el aula puede suponer un paso previo a la introducción formalista del algoritmo clásico.

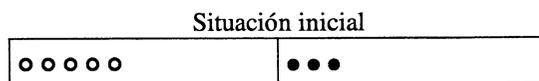
Veinte situaciones distintas se pueden modelizar dentro de la suma (7) y de la resta (13). Han sido descritas por diversos autores (Vergnaud:1991; Carpenter, Hiebert y Moser:1981; Fuson:1992; Heller y Greeno:1978; Nesher y Katriel:1978) y se ha alcanzado un elevado consenso sobre las mismas (Puig y Cerdá:1988, Martínez Montero:1995). Dos situaciones se agrupan como Combinación de dos cantidades (CO), seis como Cambio (CA), seis como Comparación (CM) y seis como Igualación (IG). En los siguientes apartados se explicitan las situaciones a que se hace referencia.

## 2. La suma

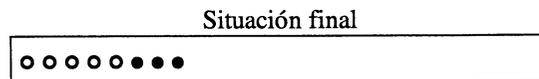
Nos encontramos hasta siete situaciones básicas diferentes de suma o adición. Son las que siguen:

1. CO1. Unión de dos subconjuntos definidos para hallar el total. Es una situación en que se reúnen o juntan dos cantidades existentes.

Hay 5 caramelos de menta y 3 de fresa. ¿Cuántos hay en total?



Se reúnen todos y se cuentan



2. CA1. Añadir una cantidad a otra preexistente.

Tengo 5 y me dan 3. ¿Cuántos reúno?

Situación inicial

○ ○ ○ ○ ○
-----------

Añado ● ● ●

Situación final

○ ○ ○ ○ ○ ● ● ●
-----------------

3. CA6. Reunir una cantidad anterior o perdida con otra existente.

¿Cuánto tenía si me quedan 5 y me he gastado 3?

Me he gastado

● ● ●
-------

Me quedan ○ ○ ○ ○ ○

Cuento todo

○ ○ ○ ○ ○ ● ● ●
-----------------

4. CM3. En el marco de una comparación, añadir la diferencia al referente para obtener la cantidad comparada.

El hotel A tiene 13 habitaciones y el B tiene 5 más. ¿Cuántas habitaciones tiene el hotel B?

Situación inicial

HOTEL A	HOTEL B
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Situación final

HOTEL A	HOTEL B
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

5. CM6. En el marco de una comparación, añadir la diferencia a la cantidad comparada con el fin de obtener el referente.

El hotel A tiene 13 habitaciones, y tiene 5 menos que el B. ¿Cuántas habitaciones tiene el B?

A. Tiene

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	● ● ● ● ●
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	

A. Faltan

B. Tiene

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Se puede resolver también de esta manera:

Situación inicial

HOTEL A	HOTEL B
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

Situación final

HOTEL A	HOTEL B
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○

6. IG4. En el marco de una igualación, añadir la diferencia a la cantidad referente para obtener la igualada.

El hotel A tiene 13 habitaciones. Si el B tuviera 5 menos tendría las mismas que el hotel A. ¿Cuántas habitaciones tiene el hotel B?

Situación inicial

HOTEL A	HOTEL B
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	● ● ● ● ●
○ ○ ○ ○ ○ ○	

Situación final

HOTEL A	HOTEL B
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	● ● ● ● ● ● ● ●
○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	● ● ● ● ● ● ● ●
	● ● ● ● ●

7. IG5. En el marco de una igualación, añadir la diferencia a la cantidad igualada para obtener el referente.

El hotel A tiene 13 habitaciones. Si tuviera 5 más tendría las mismas que el hotel B. ¿Cuántas habitaciones tiene el B?

A. Tiene

A. Tiene que añadir

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○	● ● ● ● ●
○ ○ ○ ○ ○ ○	

A. Tiene entonces

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
○ ○ ○ ○ ● ● ● ● ● ●

### 3. La resta

En total, se pueden modelizar trece situaciones distintas de resta, que requieren manipulaciones distintas. Son:

1. CO2. Conociendo el todo y una parte, averiguar la otra parte.

Tengo ocho caramelos de menta y de fresa. Tres son de fresa. ¿Cuántos son de menta?

Añadir hasta llegar a ocho.

Añadir hasta llegar a ocho

○ ○ ○	¿?
-------	----

Situación final

○ ○ ○	● ● ● ● ●
-------	-----------

2. CA2. Sustraer de una cantidad.

Tengo 8 y quito 3. ¿Cuántas me quedan?

Situación inicial

○ ○ ○ ○ ○ ○ ○ ○
-----------------

Extraer 3 y contar las que quedan

Situación final

○ ○ ○ ○ ○
-----------

3. CA3. Conocer la cantidad inicial y la final. Averiguar cuánto se ha añadido.

Tenía tres. Me han dado más. Ahora tengo 8. ¿Cuánto me dieron?

Situación inicial

○ ○ ○
-------

Se añade ● ● ● ● ●

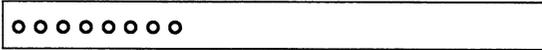
Situación final

○ ○ ○ ● ● ● ● ● ● ●
---------------------

4. CA4. Conocer la cantidad inicial y la final. Averiguar cuánto se ha sustraído.

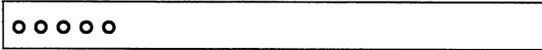
Tenía 8. Me han quitado algunas. Ahora tengo 3. ¿Cuánto me quitaron?

Situación inicial



Extraer hasta que queden 3

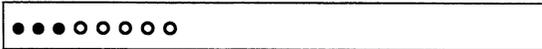
Situación final



5. CA5. Conocer lo que me han dado y la cantidad final. Averiguar la cantidad inicial.

Me dan 3 y, con las que ya tenía, reúno 8. ¿Cuántas tenía al principio?

Situación inicial



Marco las que dan

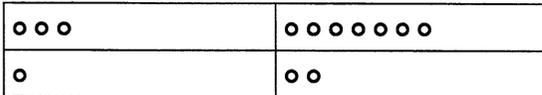
Cuento las no marcadas



6. CM1. En una comparación de dos cantidades, averiguar en cuánto es una mayor.

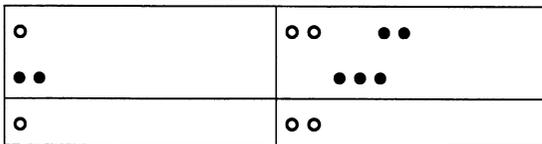
Hay 37 y 12. ¿Cuántas más tiene 37?

Situación inicial



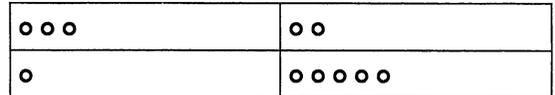
Las dos cantidades adoptan la misma configuración

Situación final

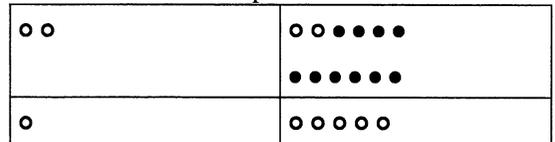


Aunque parece sencillo, el asunto se complica cuando hay “llevadas”. Sea 32-15:

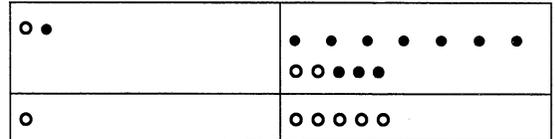
Situación inicial



Preparación



Situación final



En la situación inicial se refleja la operación. En la fila de arriba va el minuendo, y en la de debajo el sustraendo. Las decenas van en la primera columna y las unidades en la segunda. Si no se produce un ajuste, no se puede dejar la primera fila como la segunda. Por ello, en “Preparación” se convierte una decena en diez unidades (primera fila, bolas negras). Ahora ya sí se pueden igualar las dos cantidades. Es lo que se hace en “Situación final”. Arriba, en la primera fila, se marcan con cuadrados las piezas que se han debido separar para poder igualar. Son una decena y siete unidades; esto es: 17, que es el resultado de la operación.

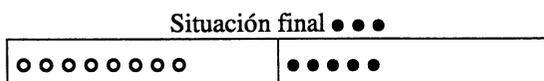
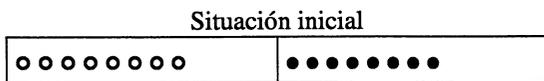
7. CM2. En una comparación de dos cantidades, averiguar en cuánto es una menor.

Hay 8 y 3. ¿Cuántas menos tiene tres?

Esta situación tiene como soporte el mismo de la anterior.

8. CM4. En una comparación de dos cantidades, averiguar una cantidad conociendo la otra y la diferencia.

Tengo 8 y tú tienes 3 menos que yo. ¿Cuántas tienes tú?

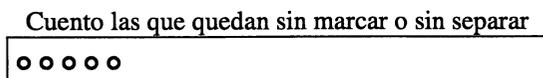


9. CM5. En una comparación de dos cantidades, averiguar la referente conociendo la comparada y la diferencia.

Tengo ocho y tengo tres más que tú. ¿Cuántas tienes tú?



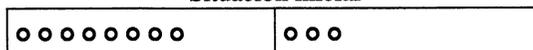
Las quito



10. IG1. En una igualación de dos cantidades, averiguar cuánto hay que añadir a la menor para hacerla igual a la mayor.

Tengo 8 y tú tienes 3. ¿Cuántas te han de dar para tener las mismas que yo?

Situación inicial



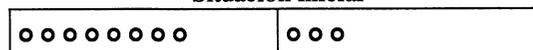
Situación final



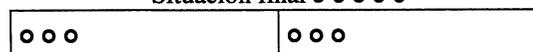
11. IG2. En una igualación de dos cantidades, averiguar cuánto hay que quitar a la mayor para hacerla igual a la menor.

Tengo 8 y tú tienes 3. ¿Cuántas me han de quitar para tener las mismas que tú?

Situación inicial



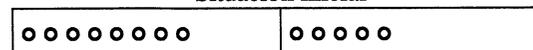
Situación final ● ● ● ● ●



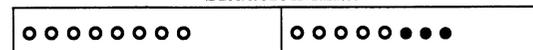
12. IG3. En una igualación de dos cantidades, averiguar una de ellas conociendo la otra y la cantidad a igualar.

Tengo 8, y si a ti te dieran 5 tendrías las mismas que yo. ¿Cuántas tienes tú?

Situación inicial

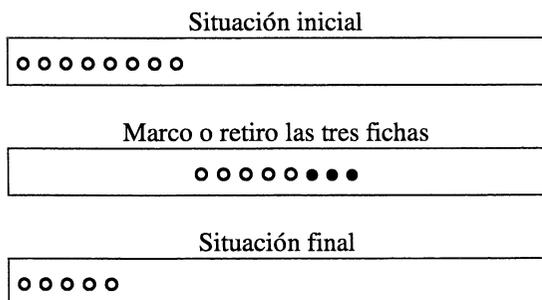


Situación final

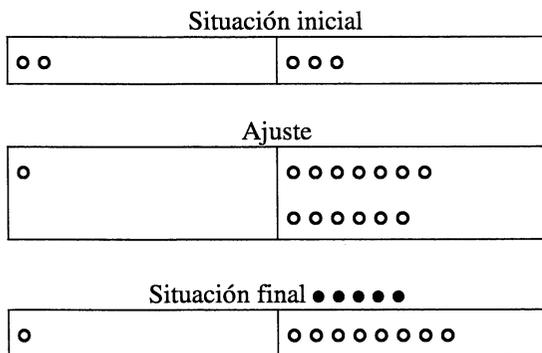


13. IG6. En una igualación de dos cantidades, averiguar una de ellas conociendo el referente y la cantidad a igualar.

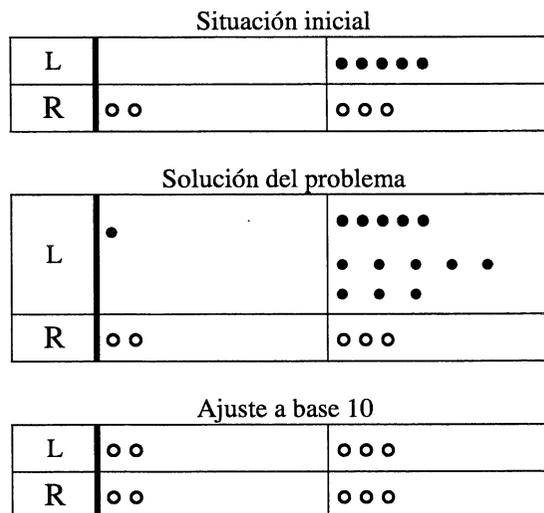
Tengo 8, y si me quitan 3 tengo las mismas que tú. ¿Cuántas tienes tú?



Es evidente que si las sustracciones tienen recomposición de unidades de orden superior, los cálculos se complican, y hay que recurrir al procedimiento mostrado en la situación 6. Inclusive esta complicación puede ser mayor o menor en función de la situación que se analice. En el caso de la presente situación, supongamos que haya que resolverla con los números 23 y 5. Se dispone cada orden de unidades (decenas y unidades) en casillas distintas:



En el caso de la situación 12 (una de las más difíciles de solucionar por los alumnos), el asunto se puede complicar. Se ejemplifica la situación con otros números: R tiene 23, y si a L le dieran 5 tendría las mismas que R. ¿Cuántas tiene L?



En la **situación inicial** se reflejan los términos del problema. En la fila “L” aparecen, en negro, las cinco fichas que tendría que recibir para conseguir llegar a las 23 fichas de “R”.

En la **solución del problema** se tienen que ir poniendo las fichas que se supone que tiene “L” para que con las cinco que se añaden queden veintitrés. Se ponen (cuadrados blancos) dieciocho: uno de diez y y ocho de uno. Es decir, se tiene que añadir, en el orden de unidades, hasta que haya 13. De esta manera, 10, al formar una unidad de orden superior, formará una decena, que unida a la que se puso compondrán las dos necesarias. En el lugar de las unidades permanecerán las tres que faltan hasta trece. Es la situación final que marca el **ajuste a base 10**.

\*\*\*\*\*

Las muy diversas manipulaciones que se han mostrado anteriormente expresan cuánto puede subsumir y ocultar una simple cuenta.

### *Referencias Bibliográficas*

- Carpenter, Hiebert y Moser. (1981). "Problem Structure and First Grade Children Initial Solution Processes for Simple Addition and Subtraction Word Problems". Journal for Research in Mathematics Education, 12. Pp. 27-39.
- Fuson (1992). "Research on whole number addition and subtraction". En Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning. New York. D.A Grouws. McMillan. Pp. 243-275.
- Heller y Greeno. (1978). "Semantic processing of arithmetic word problem solving". Informe presentado a la Reunión Anual de la Asociación Psicológica del Medio Oeste. Chicago.
- Martínez Montero. (1995). Los PAEVs de una etapa desde el punto de vista de las categorías semánticas en los cursos 3º, 4º y 5º de EGB/Primaria. Tesis doctoral.
- Nesher y Katriel. (1978). "Two cognitive modes in arithmetic word problem solving". Informe presentado en la Segunda Reunión Anual del Grupo Internacional para la Psicología de la Educación matemática. Osnabrück. Alemania.
- Puig y Cerdá. (1988). Problemas aritméticos escolares. Madrid. Síntesis.
- Vergnaud. (1991). El niño, las matemáticas y la realidad. México, D.F. Trillas.